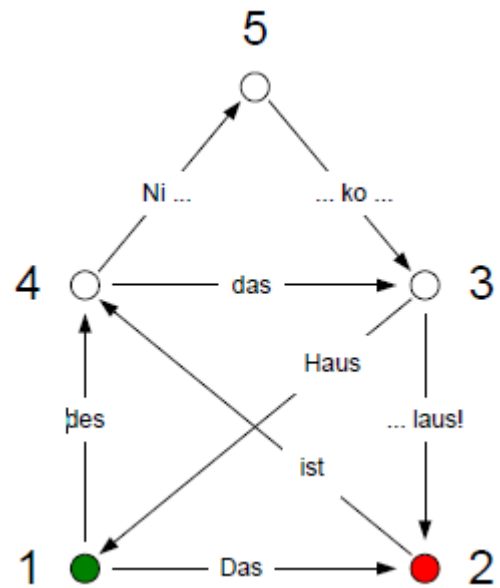


Das Haus des Nikolaus

Bij het huis van Nikolaus moet je een huis tekenen met een kruis in het midden zonder je pen op te lichten van het papier. Het komt van een heel oud Duits spel. Het huis moet met acht strepen getekend worden en bij elke streep wordt een woord of een lettergreep uitgesproken: Das ist das Haus des Ni - ko - laus.

Stel dat we de punten van het huis instellen zoals in nevenstaand voorbeeld. Dus onder in de hoeken 1 en 2, daarboven 3 en 4 en de punt van het dak heeft dan nummer 5.

De vraag is op hoeveel mogelijke manieren je nu het huis kunt tekenen zonder je pen op te lichten van het papier.



Er zijn 44 verschillende oplossingen mogelijk. Je ziet dat ze allemaal beginnen met 1 en eindigen met 2. Je kunt ze echter ook spiegelen. Je begint dan met 2 en eindigt met 1. Dat zijn er nog eens 44 en als je die meetelt zijn er in totaal dus 88 mogelijkheden.

1,2,3,1,4,3,5,4,2
 1,2,3,5,4,3,1,4,2
 1,2,4,5,3,1,4,3,2
 1,3,2,4,5,3,4,1,2
 1,3,4,2,3,5,4,1,2
 1,3,5,4,2,1,4,3,2
 1,4,2,1,3,5,4,3,2
 1,4,3,2,1,3,5,4,2
 1,4,5,3,1,2,4,3,2
 1,2,3,1,4,5,3,4,2
 1,2,4,1,3,4,5,3,2
 1,2,4,5,3,4,1,3,2
 1,3,4,1,2,3,5,4,2
 1,3,4,5,3,2,1,4,2
 1,3,5,4,2,3,4,1,2

1,4,2,3,4,5,3,1,2
 1,4,3,2,4,5,3,1,2
 1,4,5,3,2,1,3,4,2
 1,2,3,4,1,3,5,4,2
 1,2,4,1,3,5,4,3,2
 1,3,2,1,4,3,5,4,2
 1,3,4,1,2,4,5,3,2
 1,3,4,5,3,2,4,1,2
 1,3,5,4,3,2,1,4,2
 1,4,2,3,5,4,3,1,2
 1,4,3,5,4,2,1,3,2
 1,4,5,3,2,4,3,1,2
 1,2,3,4,5,3,1,4,2
 1,2,4,3,1,4,5,3,2
 1,3,2,1,4,5,3,4,2

1,3,4,2,1,4,5,3,2
 1,3,5,4,1,2,3,4,2
 1,3,5,4,3,2,4,1,2
 1,4,3,1,2,3,5,4,2
 1,4,3,5,4,2,3,1,2
 1,4,5,3,4,2,1,3,2
 1,2,3,5,4,1,3,4,2
 1,2,4,3,5,4,1,3,2
 1,3,2,4,3,5,4,1,2
 1,3,5,4,1,2,4,3,2
 1,4,2,1,3,4,5,3,2
 1,4,3,1,2,4,5,3,2
 1,4,5,3,1,2,3,4,2
 1,4,5,3,4,2,3,1,2

Links:

<http://www.druki.de/nikohaus.htm>

http://de.wikipedia.org/wiki/Haus_vom_Nikolaus

<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/3/3f/Hausnikolaus.gif>

Theorie achter Das Haus des Nikolaus

Das Haus des Nikolaus is een voorbeeld van een Euler-graaf / Euler-wandeling, zelfs van een Euler-cykel.

De *Euler-graaf* is een speciaal soort graaf die geïdentificeerd is door de wiskundige Leonhard Euler naar aanleiding van zijn oplossing van het probleem van de Zeven bruggen van Königsberg. Dit probleem komt neer op de vraag of het mogelijk is in een samenhangende graaf een wandeling te maken waarin alle kanten van de graaf precies één keer voorkomen (een zogeheten *Euler-wandeling*) of zelfs een dergelijke wandeling te maken zodat deze begint en eindigt in dezelfde knoop (*Euler-cykel*).

In 1736 loste Euler dit probleem op en bewees dat de oplossing heel simpel is:

Stelling

Een simpele, samenhangende graaf bevat een Euler-cykel dan en slechts dan als de graad van alle knopen even is.

Bewijs

Als een graaf een Euler-cykel bevat, dan is er dus een wandeling van iedere knoop in de graaf naar diezelfde knoop waarin alle kanten van de graaf voorkomen. In een simpele graaf kan het niet anders dan dat in een dergelijke wandeling ook alle knopen voorkomen: een kant moet tussen twee knopen lopen. Verder is het ook nog zo, dat je in die wandeling bij iedere knoop waar je "aankomt" ook weer "weggaat" (in omgekeerde volgorde bij het beginpunt, uiteraard). Omdat je in een Euler-cykel iedere kant maar één keer mag gebruiken, betekent dat dat er bij iedere knoop, voor iedere "inkomende" kant ook een "uitgaande" kant moet zijn. Dus het aantal kanten waarmee een knoop incident is, is in een Euler-graaf altijd een veelvoud van twee, oftewel de graad van al de knopen is even.

De *graad* van een knoop k (notatie $d(k)$ of $\text{deg}(k)$) is het aantal kanten waarmee k incident (verbonden) is.

Opdracht:

Laat leerlingen in een groepje een beperkte tijd zoveel mogelijk oplossingen bedenken voor het tekenen van Das Haus des Nikolaus. Maak er een wedstrijdje van.

Als ze niet snel genoeg met een aantal oplossingen komen, kun je de hint geven te beginnen met hoek 1 of 2.

